

Zur Anregung „freier Präzessionen“ kernmagnetischer Momente

Von G. LAUKIEN

Aus dem I. Physikalischen Institut der Technischen Hochschule Stuttgart
(Z. Naturforschg. II a, 222–237 [1956]; eingegangen am 4. November 1955)

Durch Hochfrequenz-Impulse lassen sich freie Präzessionsbewegungen kernmagnetischer Momente in und außerhalb Resonanz anregen. Die Amplitude und Form der Präzessionssignale hängen von den Breiten und Höhen der Impulse, vom Resonanzabstand und von der Form der Magnetfeldverteilung ab. In der vorliegenden Arbeit werden diese Zusammenhänge für zwei Impulse verschiedener Breite berechnet und mit experimentellen Beobachtungen verglichen. Die theoretische Darstellung liefert für die resultierenden Momente Reihenentwicklungen nach der relativen Halbwertsbreite B/H_1 (B =Halbwertsbreite der Magnetfeldinhomogenität, H_1 =Impulsfeldstärke), in denen die Zeit nur in dem dimensionslosen Produkt $\gamma B t$ (γ =gyromagnetisches Verhältnis) enthalten ist. Daraus folgen u. a. Regeln und Korrekturwerte zur Justierung bestimmter Impulsprogramme. Außerhalb Resonanz wurden experimentell periodische Amplitudenänderungen der Abfallsignale und Seitenbandechos beobachtet. Ihre anschauliche und ihre quantitative Deutung werden beschrieben.

BLOCH¹ und PURCELL² zeigten 1946, daß sich LARMOR-Präzessionen kernmagnetischer Dipolmomente in einem äußeren Magnetfeld durch eine kontinuierliche Einstrahlung der Resonanzfrequenz in kompakten Substanzen anregen und beobachten lassen. 1950 fand HAHN³, daß Kernspinsysteme auch durch Hochfrequenzimpulse angeregt werden können. In Analogie zu den Bezeichnungen „erzwungene Schwingung“ und „freie Schwingung“ kann man bei den ersten beiden, Kerninduktion und Kernresonanzabsorption genannten Verfahren von einer Beobachtung der „erzwungenen Präzessionsbewegung“ sprechen, während man eine Einstrahlung von Hochfrequenzimpulsen als eine Anregung „freier Präzessionsbewegungen“ des Kernspinsystems beschreiben kann.

Ein einfaches Gedankenexperiment soll dies in klassischer Betrachtungsweise verdeutlichen. Befinden sich etwa einige Tropfen Wasser genügend lang in einem konstanten Magnetfeld $H_0 = H_z$ (Abb. 1a), dann hat sich ein Teil der in ihnen enthaltenen Protonen parallel zum Feld ausgerichtet. Es ist ein makroskopisches kernmagnetisches Moment M entstanden. Eine resultierende, zur Feldrichtung transversale Magnetisierung existiert dagegen im Zeitmittel nicht. Zwar präzessieren die Protonen um die Feldrichtung, jedoch sind die Phasen ihrer Bewegungen statistisch streuend verschieden. Schaltet man nach der Einstellung des thermischen Gleichgewichts

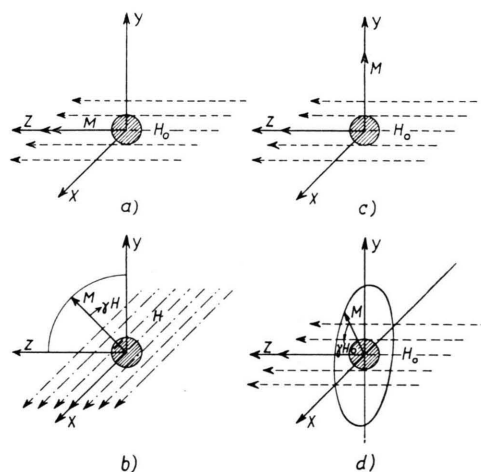


Abb. 1. Anregung freier Präzessionen durch einen 90° -Impuls. M =resultierendes Moment der Kerne, H_0 =konstantes Feld, H =Impulsfeld (im weiteren Text mit H_1 bezeichnet; $H \gg H_0$), x, y, z =ortsfestes System; a) vor dem Impuls, b) während des Impulses, c) nach dem Impuls, d) freie Präzession.

in dem ersten Feld, senkrecht zu diesem, ein zweites ebenfalls konstantes aber vielfach stärkeres Feld $H_1 = H_x$ kurzzeitig ein (Abb. 1b), dann kann man während seiner Einschaltdauer das Feld H_0 vernachlässigen, und der zuvor entstandene makroskopische Magnetisierungsvektor M präzessiert um die Richtung des neuen Feldes H_1 mit der LARMOR-Frequenz:

$$\omega_1 = \gamma H_1 \quad (\gamma = \text{gyromagnetisches Verhältnis}). \quad (1)$$

¹ F. BLOCH, W. W. HANSEN u. M. E. PACKARD, Phys. Rev. **69**, 127 [1946]; **70**, 474 [1946]; F. BLOCH, Phys. Rev. **70**, 460 [1946].

² E. M. PURCELL, H. C. TORREY u. R. V. POUND, Phys. Rev. **69**,

37 [1946]; N. BLOEMBERGEN, E. M. PURCELL u. R. V. POUND, Phys. Rev. **73**, 679 [1948].

³ E. L. HAHN, Phys. Rev. **77**, 297 [1950]; **80**, 580 [1950].



Nach einer Zeit t werde das Feld H_1 wieder abgeschaltet. Das resultierende Moment M hat sich um einen Winkel α gedreht, und es ist

$$\alpha = \gamma H_1 t. \quad (2)$$

Bemißt man t so, daß $\alpha = 90^\circ$ wird (Abb. 1c), dann liegt nach dem Gleichfeldimpuls das Moment M senkrecht zum ursprünglichen Feld H_0 . Es setzt seine Präzessionsbewegung um dessen Richtung fort (Abb. 1d), und zwar jetzt mit der Kreisfrequenz $\omega_0 = \gamma H_0$. In einer Spule, deren Achse in der x, y -Ebene liegt, induziert der frei rotierende Magnetisierungsvektor eine Wechselspannung der LARMOR-Frequenz ω_0 . Damit ist das Verfahren der Anregung und Beobachtung freier Präzessionsbewegungen im Prinzip schon beschrieben.

Gleichfeldimpulse der geforderten Feldstärke können mit den derzeitigen technischen Hilfsmitteln leider nicht erzeugt werden. Jedoch ist es mit Hochfrequenzimpulsen beliebig kleiner Amplitude möglich³, das Experiment in fast der gleichen Form auszuführen. Allerdings muß deren Trägerfrequenz ungefähr gleich der LARMOR-Frequenz ω_0 der Kerne sein.

Hat man nun durch einen solchen Impuls das resultierende Magnetfeld der Kerne in eine zum konstanten Feld senkrechte Richtung gedreht, dann befindet sich das Kernspinsystem nicht mehr im thermischen Gleichgewicht. Außerdem werden durch Spin-Spin-Wechselwirkungen die für die Existenz eines transversalen Momentes notwendigen Phasenbeziehungen zwischen den Präzessionsbewegungen der einzelnen Kerne allmählich zerstört. Dementsprechend erwartet man, daß die in der Spule induzierte Spannung einfach exponentiell abnimmt. Die beobachteten Signalförmigkeiten gehorchen jedoch in vielen Fällen einer Gleichung der Form $\exp(-\alpha t^2)$. Ursache dieses schnelleren Abfalles ist die immer vorhandene Inhomogenität eines wirklichen Magnetfeldes, auch in dem kleinen Bereich der zu untersuchenden Probe. Auf Grund dieser Inhomogenität enthält die Probe gleichzeitig Kerne, die in einem etwas stärkeren Feld, und solche, die in einem etwas schwächeren Feld sind. Ebenso sind die zugehörigen LARMOR-Frequenzen größer bzw. kleiner als ihr Mittelwert. Während der zur mittleren LARMOR-Frequenz gehörende infinitesimale Anteil der Kerne in einem mitrotierenden Koordinatensystem passend gewählter Frequenz stillsteht, eilen die übrigen infinitesimalen Anteile in diesem System vor bzw. nach. Die-

ses Auseinanderfächern hat ebenfalls zur Folge, daß das transversale Moment allmählich abnimmt, und zwar verschwindet es um so schneller, je inhomogener das Magnetfeld ist. Jedoch bleiben die Phasenbeziehungen zwischen den Kernen dabei erhalten, auch wenn sie zunächst nicht mehr beobachtbar sind. Der ganze Vorgang läßt sich sogar experimentell umkehren. Hierzu hat HAHN einen zweiten gleichlangen Impuls – also ebenfalls einen 90° -Impuls – in die Probe eingestrahlt und in einem gewissen Abstand danach ein weiteres, von ihm Spinecho genanntes Kernsignal beobachtet.

Um die Anregungsbedingungen solcher freier Präzessionsbewegungen allgemein studieren zu können⁴, wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit eine Apparatur gebaut, die es gestattet, beliebige Impulskombinationen zur Anregung von Kernspinsystemen zu verwenden.

I. Theoretische Beschreibung des Anregungsvorgangs

1. Berechnung der Präzessionsbewegung eines infinitesimalen Momentes

Experimentell beobachtbar sind nur die freien Präzessionsbewegungen des resultierenden Momentes aller Kerne. Zu ihrer theoretischen Behandlung haben wir jedoch von dem Bewegungsablauf eines infinitesimalen Anteils des Momentes auszugehen. Unter einem solchen Anteil soll das resultierende Moment jener Kerne verstanden werden, auf welche die nach Richtung und Betrag gleichen magnetischen Felder einwirken. Von einem der so definierten Momente, es sei mit μ bezeichnet, werde zunächst angenommen, daß es den Betrag eins habe. Es befinde sich, den Experimenten entsprechend, in einem Gleichfeld der Feldstärke H , dem zeitweise senkrecht dazu ein mit der Frequenz ω rotierendes zweites Feld H_1 überlagert wird. Wir betrachten die Bahnkurve dieses Momentes in einem Koordinatensystem x', y', z' , das mit der gleichen Frequenz wie das Feld H_1 , also mit der Senderfrequenz rotiert. Jedoch soll nicht verlangt werden, daß die LARMOR-Frequenz mit der Sender- bzw. mit der damit identischen Koordinatenfrequenz auch nur näherungsweise übereinstimmt. Damit beeinflußt im rotierenden System außer dem Feld H_1 noch ein weiteres Feld, es sei h

⁴ G. LAUKIEN, Phys. Verh. 8, 170 [1954]; Diss. T. H. Stuttgart 1955.

genannt, den Bewegungsablauf. Seine Feldstärke ist die im mitrotierenden System beobachtbare Differenz $h = H - \omega/\gamma$. Auf das Moment wirkt während der Einschaltdauer des Feldes H_1 die Resultante beider Felder $R = \sqrt{H_1^2 + h^2}$ (Abb. 2), und um deren Richtung präzessiert es in dieser Zeit mit der Winkelgeschwindigkeit γR . Wir fragen jetzt nach den Koordinaten des infinitesimalen Momentes, wenn das Feld H_1 , also der Hochfrequenzimpuls nach t sec abgeschaltet wird. Dazu betrachten wir einen beliebigen Punkt A der Einheitskugel (Abb. 2 a), in dem die Präzessionsbewegung um R beginnen möge. Nach t sec hat sich das Moment auf dem in Abb. 2 a gestrichelt eingezeichneten Kreis um den Winkel $\chi = \gamma \sqrt{H_1^2 + h^2} t$ gedreht (Abb. 2 b). Seine Spitze befindet sich jetzt in dem Punkt B. Nennen wir den Mittelpunkt des Präzessionskreises C und

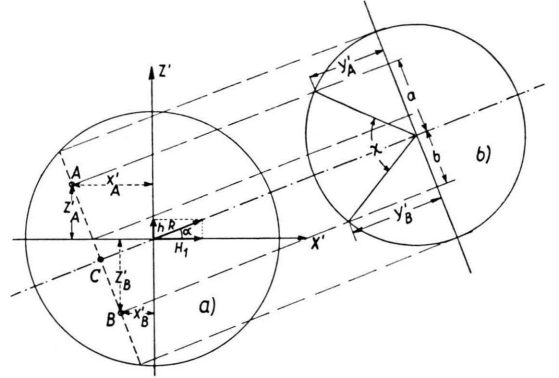


Abb. 2. Präzession eines beliebigen infinitesimalen Momentes während der Einschaltdauer eines Impulses.

die zwischen ihm und den Punkten A und B in der x', z' -Ebene gemessenen Abstände a und b ; dann sind die gesuchten Koordinaten

$$x_B' = x_C' - b h / \sqrt{H_1^2 + h^2}, \quad y_B' = a \sin \chi + y_A' \cos \chi, \quad z_B' = z_C' + b H_1 / \sqrt{H_1^2 + h^2}.$$

Aus der geometrischen Anordnung folgt

$$x_C' = \frac{1}{1 + h^2/H_1^2} \left(x_A' + \frac{h}{H_1} z_A' \right), \quad z_C' = \frac{h/H_1}{1 + h^2/H_1^2} \left(x_A' + \frac{h}{H_1} z_A' \right),$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{1 + h^2/H_1^2}} \left(z_A' - \frac{h}{H_1} x_A' \right), \quad b = a \cos \chi - y_A' \sin \chi.$$

Kürzen wir ab $u = h/H_1$, dann besteht zwischen den Anfangs- und Endkoordinaten der Zusammenhang

$$x_B' = \frac{u}{1 + u^2} \left[\left(z_A' + \frac{1}{u} x_A' \right) + \sqrt{1 + u^2} y_A' \sin \chi - (z_A' - u x_A') \cos \chi \right],$$

$$y_B' = y_A' \cos \chi + \frac{z_A' - u x_A'}{\sqrt{1 + u^2}} \sin \chi \quad (\text{mit } \chi = \gamma H_1 t \sqrt{1 + u^2}), \quad (3)$$

$$z_B' = \frac{1}{1 + u^2} \left[u^2 \left(z_A' + \frac{1}{u} x_A' \right) - \sqrt{1 + u^2} y_A' \sin \chi + (z_A' - u x_A') \cos \chi \right].$$

Die Anfangsrichtung des Momentes ist bei allen Versuchen die zum Gleichfeld H parallele positive z' -Richtung ($z_0' = 1, x_0' = y_0' = 0$). Nach einem ersten Impuls der Dauer t_1 sind also die Endkoordinaten, geschrieben als Funktionen des Drehwinkels $\alpha_1 = \gamma H_1 t_1$ und des relativen Resonanzabstandes $u = h/H_1$

$$x_1' = \frac{u}{1 + u^2} (1 - \cos \{\alpha_1 \sqrt{1 + u^2}\}), \quad y_1' = \frac{1}{\sqrt{1 + u^2}} \sin \{\alpha_1 \sqrt{1 + u^2}\}, \quad z_1' = \frac{1}{1 + u^2} (u^2 + \cos \{\alpha_1 \sqrt{1 + u^2}\}). \quad (4)$$

Nach dem Impuls setzt das Moment seine Präzession um die Richtung des Feldes h fort. Vernachlässigt man Relaxationsprozesse, dann ändert sich weder sein Betrag noch seine z' -Komponente. Seine Komponenten in der x', y' -Ebene sind dagegen nach einer t sec andauernden freien Präzession Funktionen des Winkels $\alpha = \gamma h t$:

$$x', y' = \pm \frac{u}{1 + u^2} (1 - \cos \{\alpha_1 \sqrt{1 + u^2}\}) \frac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} + \frac{1}{\sqrt{1 + u^2}} \sin \{\alpha_1 \sqrt{1 + u^2}\} \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}. \quad (5)$$

Im Zeitpunkt $t = t_2$ ($\alpha = \alpha_2$) soll ein zweiter Impuls der Dauer t_3 eingeschaltet werden. Die Anwendung von (3) liefert uns die Komponenten des infinitesimalen Momentes zur Zeit t_3 (mit $a_1 = \alpha_1 \sqrt{1 + u^2}$, $a_3 = \alpha_3 \sqrt{1 + u^2}$ und $\alpha_2 = \gamma h t_2$):

$$\begin{aligned}
x_3' &= \left(\frac{u}{1+u^2} \cos \alpha_2 (1 - \cos a_1) + \frac{1}{\sqrt{1+u^2}} \sin \alpha_2 \sin a_1 \right) \frac{1}{1+u^2} (1 + u^2 \cos a_3) \\
&+ \left(-\frac{u}{1+u^2} \sin \alpha_2 (1 - \cos a_1) + \frac{1}{\sqrt{1+u^2}} \cos \alpha_2 \sin a_1 \right) \frac{u}{\sqrt{1+u^2}} \sin a_3 \\
&+ \left(\frac{u^2}{1+u^2} + \frac{1}{1+u^2} \cos a_1 \right) \frac{u}{1+u^2} (1 - \cos a_3), \\
y_3' &= - \left(\frac{u}{1+u^2} \cos \alpha_2 (1 - \cos a_1) + \frac{1}{\sqrt{1+u^2}} \sin \alpha_2 \sin a_1 \right) \frac{u}{\sqrt{1+u^2}} \sin a_3 \\
&+ \left(-\frac{u}{1+u^2} \sin \alpha_2 (1 - \cos a_1) + \frac{1}{\sqrt{1+u^2}} \cos \alpha_2 \sin a_1 \right) \cos a_3 \\
&+ \left(\frac{u^2}{1+u^2} + \frac{1}{1+u^2} \cos a_1 \right) \frac{1}{\sqrt{1+u^2}} \sin a_3.
\end{aligned} \tag{6}$$

Die Gleichungen der dem zweiten Impuls folgenden Präzessionsbewegungen werden noch komplizierter. Es soll daher sofort das Ergebnis angeschrieben werden. Definieren wir Funktionen F_r durch

$$\begin{aligned}
F_1 &= \frac{u^3}{(1+u^2)^2} \left(\cos a_3 - \cos(a_1 + a_3) \right) + \frac{u}{(1+u^2)^2} \left(\sin a_1 \sin a_3 + \frac{1}{2} (1 - \cos a_1) (1 + \cos a_3) \right), \\
F_2 &= \frac{u^2}{(1+u^2)^{3/2}} \left(-\sin a_3 + \sin(a_1 + a_3) \right) + \frac{1}{2(1+u^2)^{3/2}} \sin a_1 (1 + \cos a_3), \\
F_3 &= \frac{u}{(1+u^2)^2} (u^2 + \cos a_1) (1 - \cos a_3), \quad F_4 = + \frac{1}{(1+u^2)^{3/2}} (u^2 + \cos a_1) \sin a_3, \\
F_5 &= \frac{u}{2(1+u^2)^2} (1 - \cos a_1) (1 - \cos a_3), \quad F_6 = + \frac{1}{2(1+u^2)^{3/2}} \sin a_1 (1 - \cos a_3),
\end{aligned} \tag{7}$$

dann sind die beobachtbaren Komponenten des infinitesimalen Momentes μ

$$\begin{aligned}
x', y' &= \pm F_1 \sin^{\cos} \{ \gamma h(t_2 + t) \} + F_2 \sin^{\sin} \{ \gamma h(t_2 + t) \} \pm F_3 \sin^{\cos} \{ \gamma h t \} \\
&+ F_4 \sin^{\sin} \{ \gamma h t \} + F_5 \sin^{\cos} \{ \gamma h(t_2 - t) \} \pm F_6 \sin^{\sin} \{ \gamma h(t_2 - t) \}.
\end{aligned} \tag{8}$$

Die Komponente z' des Momentes kann im Experiment nicht beobachtet werden, ihre Berechnung ist also nicht erforderlich.

2. Verlauf der Bewegung des resultierenden Momentes

Würde man den Betrag h des Gleichfeldes – beobachtet im rotierenden System – in jedem Punkt der untersuchten Substanz kennen, dann könnte man daraus exakt berechnen, welcher Bruchteil $V(h)dh$ der Kerne in einem Feldintervall $(h, h + dh)$ liegt. Jedoch kann man über die Form einer solchen Verteilungsfunktion $V(h)$ zunächst nichts aussagen, sondern muß sich mit versuchsweisen Annahmen begnügen. Naheliegender ist die übliche Annahme³, daß die Feldstreuung nur durch zufällige Ursachen hervorgerufen wird. Sie ist zugleich die notwendige und hinreichende Bedingung dafür, daß die Verteilungsfunktion die Form der bekannten Fehlerfunk-

tion hat:

$$V(h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} B} \exp \left\{ - (h - \bar{h})^2 / 2 B^2 \right\}. \tag{9}$$

Dabei soll unter B die Halbwertsbreite der Feldstreuung – definiert durch $B^2 = (\bar{h} - h)^2$ – verstanden werden, während mit \bar{h} ihr quadratischer Mittelwert bezeichnet werden soll. Von Interesse sind weiter alle Annahmen, die von magnetostatischen, also aus der geometrischen Anordnung berechenbaren Feldverteilungen ausgehen. Praktisch beeinflussen sowohl nur statistisch beschreibbare Ursachen als auch die Art der geometrischen Anordnung die Form der Funktion und damit die Form der Kernsignale. Im Rahmen der vorliegenden Diskussion des Anregungsmechanismus der Präzessionsbewegung soll dieses Problem jedoch nicht behandelt werden.

Zur Berechnung des resultierenden Momentes haben wir die infinitesimalen Komponenten (5) multipliziert mit der Verteilungsfunktion (9) über alle möglichen Feldstärken h zu integrieren. Da im

mitrotierenden System auch negative Feldstärken h möglich sind, muß die untere Integrationsgrenze $-\infty$ sein. Es sind also mit M_0 , dem Anfangsbetrag

der Kernmagnetisierung, die Komponenten des resultierenden Momentes nach dem ersten Impuls ($\bar{u} = \hbar/H_1$, $B' = B/H_1$)

$$M_{x'}, M_{y'} = \frac{M_0}{\sqrt{2} \pi B'} \left[\pm \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{(u-\bar{u})^2}{2 B'^2}\right\} \frac{\cos(\gamma H_1 t u)}{\sin(\alpha_1 \sqrt{1+u^2})} \frac{u}{1+u^2} du \right. \\ \left. + \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{(u-\bar{u})^2}{2 B'^2}\right\} \frac{\sin(\gamma H_1 t u)}{\cos(\alpha_1 \sqrt{1+u^2})} \frac{1}{\sqrt{1+u^2}} du \right].$$

Führt man als neue Variable $z = u - \bar{u}$ ein und kürzt ab

$$f_1(u) = \frac{u}{1+u^2} (1 - \cos\{\alpha_1 \sqrt{1+u^2}\}), \quad f_2(u) = \frac{1}{\sqrt{1+u^2}} \sin\{\alpha_1 \sqrt{1+u^2}\}, \quad (10)$$

dann erhält man für die resultierenden Momente die Gleichungen

$$M_{x'}, M_{y'} = \frac{M_0}{\sqrt{2} \pi B'} \left[\pm \cos(\gamma \bar{h} t) \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{z^2}{2 B'^2}\right\} \frac{\cos(\gamma H_1 t z)}{\sin(\alpha_1 \sqrt{1+z^2})} f_1(z+\bar{u}) dz \right. \\ - \sin(\gamma \bar{h} t) \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{z^2}{2 B'^2}\right\} \frac{\sin(\gamma H_1 t z)}{\cos(\alpha_1 \sqrt{1+z^2})} f_1(z+\bar{u}) dz \\ + \cos(\gamma \bar{h} t) \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{z^2}{2 B'^2}\right\} \frac{\sin(\gamma H_1 t z)}{\cos(\alpha_1 \sqrt{1+z^2})} f_2(z+\bar{u}) dz \\ \left. \pm \sin(\gamma \bar{h} t) \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{z^2}{2 B'^2}\right\} \frac{\cos(\gamma H_1 t z)}{\sin(\alpha_1 \sqrt{1+z^2})} f_2(z+\bar{u}) dz \right]. \quad (11)$$

Leider sind diese Integrale nicht in geschlossener Form lösbar. Man gewinnt aber recht gute Näherungslösungen, wenn man die Funktionen f_1 und f_2 in TAYLORSche Reihen um $z=0$ entwickelt. Dann erhält man Integrale der Form

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\{-v z^2\} \cos(w z) z^n dz \quad \text{und} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{-v z^2\} \sin(w z) z^n dz.$$

Bekannt sind deren Lösungen für $n=0$ bzw. für $n=1$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\{-v z^2\} \cos(w z) dz = \sqrt{\frac{\pi}{v}} \exp\left\{-\frac{w^2}{4v}\right\} \quad \text{und} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{-v z^2\} \sin(w z) z dz = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{w}{v^{3/2}} \exp\left\{-\frac{w^2}{4v}\right\}.$$

Weiter haben die linken Integrale für ungerade n und die rechten für gerade n den Wert Null, da ihre Integranden dann antisymmetrische Funktionen sind. Zur Berechnung der Integrale für beliebige Werte von n liegt es daher nahe, Rekursionsformeln abzuleiten. Dabei findet man

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\{-v z^2\} \frac{\cos(w z)}{\sin(\alpha_1 \sqrt{1+z^2})} z^n dz = \frac{n-1}{2v} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{-v z^2\} \frac{\cos(w z)}{\sin(\alpha_1 \sqrt{1+z^2})} z^{n-2} dz \mp \frac{w}{2v} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{-v z^2\} \frac{\sin(w z)}{\cos(\alpha_1 \sqrt{1+z^2})} z^{n-1} dz. \quad (12)$$

Daraus folgt u. a. $\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{z^2}{2 B'^2}\right\} \cos(\gamma H_1 t z) dz = \sqrt{2 \pi} B' \exp\left\{-\frac{1}{2} (\gamma B t)^2\right\} = I,$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{z^2}{2 B'^2}\right\} \sin(\gamma H_1 t z) z dz = B' \gamma B t I,$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{z^2}{2 B'^2}\right\} \cos(\gamma H_1 t z) z^2 dz = B'^2 (1 - (\gamma B t)^2) I,$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{z^2}{2 B'^2}\right\} \sin(\gamma H_1 t z) z^3 dz = B'^3 \gamma B t (3 - (\gamma B t)^2) I.$$

Damit findet man für die Komponenten des Magnetisierungsvektors:

$$M_{x'}, M_{y'} = M_0 \exp \left\{ -\frac{1}{2} \gamma B t^2 \right\} \left[\left(\begin{array}{c} + \cos(\gamma \bar{h} t) C_0 + \frac{\sin(\gamma \bar{h} t)}{\cos(\gamma \bar{h} t)} S_0 \end{array} \right) - B' \gamma B t \left(\begin{array}{c} + \frac{\sin(\gamma \bar{h} t)}{\cos(\gamma \bar{h} t)} C_1 - \frac{\cos(\gamma \bar{h} t)}{\sin(\gamma \bar{h} t)} S_1 \end{array} \right) \right. \\ \left. + B'^2 \left(1 - (\gamma B t)^2 \right) \left(\begin{array}{c} + \cos(\gamma \bar{h} t) C_2 + \frac{\sin(\gamma \bar{h} t)}{\cos(\gamma \bar{h} t)} S_2 \end{array} \right) + \dots \right]. \quad (13)$$

Darin sind die Konstanten C_r und S_r Koeffizienten der Reihen f_1 und f_2 :

$$C_0 = \frac{\bar{u}}{1+\bar{u}^2} (1 - \cos\{\alpha_1 \sqrt{1+\bar{u}^2}\}) , \quad S_0 = \frac{1}{(1+\bar{u}^2)^{1/2}} \sin\{\alpha_1 \sqrt{1+\bar{u}^2}\} , \\ C_1 = \frac{1}{(1+\bar{u}^2)^2} \left((1-\bar{u}^2) (1 - \cos\{\alpha_1 \sqrt{1+\bar{u}^2}\}) + \alpha_1 \bar{u}^2 (1+\bar{u}^2)^{1/2} \sin\{\alpha_1 \sqrt{1+\bar{u}^2}\} \right) , \\ S_1 = \frac{\bar{u}}{(1+\bar{u}^2)^{3/2}} \left(\alpha_1 (1+\bar{u}^2)^{1/2} \cos\{\alpha_1 \sqrt{1+\bar{u}^2}\} - \sin\{\alpha_1 \sqrt{1+\bar{u}^2}\} \right) , \quad (14) \\ C_2 = \frac{\bar{u}}{(1+\bar{u}^2)^3} \left((u^2-3) - \alpha_1 (1+\bar{u}^2)^{1/2} (\bar{u}^2 - \frac{3}{2}) \sin\{\alpha_1 \sqrt{1+\bar{u}^2}\} + \left(\frac{\alpha_1^2}{2} \bar{u}^4 + \left(\frac{\alpha_1^2}{2} - 1 \right) \bar{u}^2 + 3 \right) \cos\{\alpha_1 \sqrt{1+\bar{u}^2}\} \right) , \\ S_2 = \frac{1}{2(1+\bar{u}^2)^{5/2}} \left(\alpha_1 (1+\bar{u}^2)^{1/2} (1-2\bar{u}^2) \cos\{\alpha_1 \sqrt{1+\bar{u}^2}\} - (\alpha_1^2 \bar{u}^4 + (\alpha_1^2 - 2) \bar{u}^2 + 1) \sin\{\alpha_1 \sqrt{1+\bar{u}^2}\} \right) .$$

Berücksichtigt man nur die ersten Glieder der Gl. (13), dann ist der so entstehende Fehler glücklicherweise gering. Der Faktor $\exp(-z^2/2B'^2)$ sorgt dafür, daß in (11) der Integrand für große Werte von z rasch verschwindet. Ferner streben auch die Funktionen f_1 und f_2 gegen Null für $z \rightarrow \infty$. Zu beachten ist, daß die Größe des Fehlers nur von der relativen Halbwertsbreite B/H_1 der Feldinhomogenitäten abhängt, nicht aber vom Resonanzabstand, also von der Differenz der Anregungs- und der mittleren Präzessionsfrequenz. Gemäß der Definition der Variablen $z = u - u = (h - \bar{h})/H_1$ ist eine Näherung für kleine Werte von z um so genauer, je weniger die Feldstärken h um ihren Mittelwert \bar{h} streuen. Außerdem ist sie um so besser, je größer die Impulsfeldstärke H_1 gewählt wird. Aus der Winkel-

beziehung $\alpha_1 = \gamma H_1 t_1$ folgt dann aber, daß für vorgegebene Winkelwerte α_1 die zugehörigen Impulsdauern sehr klein werden. Somit gelten die obigen Näherungsgleichungen exakt für ∞ -starke und damit verschwindend kurze Impulsanregungen in beliebig inhomogenen Feldern und ebenso für beliebige Impulsabmessungen in extrem homogenen Feldern.

Die Berechnung der Bewegungsgleichungen des resultierenden Momentes nach einem zweiten Impuls kann von den Beziehungen (8) ausgehend in der gleichen Art erfolgen. Allerdings werden die Gleichungen jetzt sehr kompliziert, es soll deshalb sofort das Ergebnis angeschrieben werden. Ist $F_{r\mu}$ der μ . Koeffizient der Entwicklung der Funktion F_r (7), dann gilt:

$$M_{x'}, M_{y'} = M_0 \left\{ \exp \left\{ -\frac{1}{2} \gamma^2 B^2 (t_2 + t)^2 \right\} \left[\left(\begin{array}{c} + \cos\{\gamma \bar{h}(t_2 + t)\} F_{10} + \frac{\sin\{\gamma \bar{h}(t_2 + t)\}}{\cos\{\gamma \bar{h}(t_2 + t)\}} F_{20} \end{array} \right) \right. \right. \\ \left. + \frac{B}{H_1} \gamma B (t_2 + t) \left(\begin{array}{c} - \frac{\sin\{\gamma \bar{h}(t_2 + t)\}}{\cos\{\gamma \bar{h}(t_2 + t)\}} F_{11} + \frac{\cos\{\gamma \bar{h}(t_2 + t)\}}{\sin\{\gamma \bar{h}(t_2 + t)\}} F_{21} \end{array} \right) \right. \\ \left. + \frac{B^2}{H_1^2} \left(1 - \gamma^2 B^2 (t_2 + t)^2 \right) \left(\begin{array}{c} + \cos\{\gamma \bar{h}(t_2 + t)\} F_{12} + \frac{\sin\{\gamma \bar{h}(t_2 + t)\}}{\cos\{\gamma \bar{h}(t_2 + t)\}} F_{22} \end{array} \right) + \dots \right] \\ \left. + \exp \left\{ -\frac{1}{2} \gamma^2 B^2 t^2 \right\} \left[\left(\begin{array}{c} + \cos\{\gamma \bar{h} t\} F_{30} + \frac{\sin\{\gamma \bar{h} t\}}{\cos\{\gamma \bar{h} t\}} F_{40} \end{array} \right) \right. \right. \\ \left. + \frac{B}{H_1} \gamma B t \left(\begin{array}{c} - \frac{\sin\{\gamma \bar{h} t\}}{\cos\{\gamma \bar{h} t\}} F_{31} + \frac{\cos\{\gamma \bar{h} t\}}{\sin\{\gamma \bar{h} t\}} F_{41} \end{array} \right) \right. \\ \left. + \frac{B^2}{H_1^2} (1 - \gamma^2 B^2 t^2) \left(\begin{array}{c} + \cos\{\gamma \bar{h} t\} F_{32} + \frac{\sin\{\gamma \bar{h} t\}}{\cos\{\gamma \bar{h} t\}} F_{42} \end{array} \right) + \dots \right] \right\} \quad (15)$$

$$\begin{aligned}
& + \exp\left\{-\frac{1}{2}\gamma^2 B^2 (t_2 - t)^2\right\} \left[\left(+ \frac{\cos\{\gamma \bar{h}(t_2 - t)\} F_{50}}{\sin} + \frac{\sin\{\gamma \bar{h}(t_2 - t)\} F_{60}}{-\cos} \right) \right. \\
& \quad + \frac{B}{H_1} \gamma B(t_2 - t) \left(- \frac{\sin\{\gamma \bar{h}(t_2 - t)\} F_{51}}{+\cos} + \frac{\cos\{\gamma \bar{h}(t_2 - t)\} F_{61}}{\sin} \right) \\
& \quad \left. + \frac{B^2}{H_1^2} \left(1 - \gamma^2 B^2 (t_2 - t)^2 \right) \left(+ \frac{\cos\{\gamma \bar{h}(t_2 - t)\} F_{52}}{\sin} + \frac{\sin\{\gamma \bar{h}(t_2 - t)\} F_{62}}{-\cos} \right) + \dots \right] \}.
\end{aligned} \quad (15)$$

Diese Gleichungen beschreiben die Bewegungen des beobachtbaren Momentes durch eine Summe von drei Gliedern. Der Betrag des ersten ist im wesentlichen proportional zu dem Faktor $\exp[-(t_2 + t)^2]$. Ist der Abstand t_2 der beiden Impulse genügend groß, dann kann der Beitrag dieses ersten Gliedes zum resultierenden Moment und damit zur induzierten Spannung vernachlässigt werden. Und in der Tat wählt man ja im Experiment den Abstand der Impulse so, daß die einzelnen Teile des gesamten zu beobachtenden kernmagnetischen Signals deutlich zeitlich getrennt sind. Damit liefert aber die in dem ersten Glied beschriebene Umwandlung der Restamplitude des Abfalls nach dem ersten Impuls nur einen Beitrag zur Signalspannung, der unterhalb der experimentellen Beobachtungsgrenze, nämlich der Rauschspannung des Empfängers liegt. Das zweite Glied verschwindet mit dem Faktor $\exp(-t^2)$ und beschreibt demgemäß die Form des unmittelbar hinter dem zweiten Impuls entstehenden Kernsignals. Das dritte zu $\exp[-(t_2 - t)^2]$ proportionale Glied erreicht seinen Maximalwert ungefähr zur Zeit $t = t_2$ und gibt somit die Umhüllende eines t_2 sec später erscheinenden Signales wieder. Auch hier gilt: Wird der Impulsabstand genügend groß gewählt, dann können wir die Kernsignale nicht nur im Experiment getrennt beobachten, sondern auch bei der theoretischen Deutung die sie beschreibenden Glieder einzeln behandeln.

III. Experimentelle Beobachtungen

1. In Resonanz

Als erstes soll die Form und Amplitude der Kernsignale nach der Einstrahlung eines Impulses untersucht werden. In Resonanz ist im mitrotierenden Koordinatensystem $\bar{h} = \bar{u} = 0$. In der hier verwendeten Bezeichnungsweise war die Anfangsrichtung des resultierenden Momentes die positive z' -Richtung, während das Impulsfeld H_1 parallel zur positiven x' -Achse liegt. Jede von ihm verursachte Bewe-

gung des mittleren infinitesimalen Momentes verläuft also in der z', y' -Ebene. Die Bewegung der übrigen infinitesimalen Anteile kann dagegen in einer beliebigen Raumrichtung enden. Jedoch gehört zu jedem Moment außerhalb des Mittelwertes bei symmetrischen Feldverteilungen ein anderes, dem Betrag nach gleichgroßes Moment, dessen Bewegung unter dem Einfluß derselben Felder dann in der in bezug auf die z', y' -Ebene symmetrischen Richtung endet. Die infinitesimalen x' -Komponenten heben sich somit bei einer symmetrischen Feldverteilung in Resonanz exakt gegenseitig auf, und es gilt der die weitere Bearbeitung erleichternde Zusammenhang $M_{x', y'} = M_{y'}$. Aus Gl. (13) folgt damit für den ersten Abfall:

$$\begin{aligned}
M &= M_0 \exp\left\{-\frac{1}{2}\gamma^2 B^2 t^2\right\} \\
&\cdot \left[S_0 - \frac{B}{H_1} \gamma B t C_1 + \frac{B^2}{H_1^2} (1 - \gamma^2 B^2 t^2) S_2 + \dots \right]
\end{aligned} \quad (16)$$

mit

$$\begin{aligned}
S_0 &= \sin \alpha_1, \\
C_1 &= 1 - \cos \alpha_1, \\
S_2 &= \frac{1}{2} (\alpha_1 \cos \alpha_1 - \sin \alpha_1).
\end{aligned}$$

Experimentell erhält man Kernsignale der in den Abb. 3 wiedergegebenen Art. Wie auch bei allen weiteren Registrierungen sind die Seiten des Oszillographenbildes photographisch vertauscht. Wir haben uns also die Zeitachse nach links aufgetragen zu denken. Dabei entspricht einem Abstand von 5 mm ein Zeitunterschied von 10^{-4} sec. In der ersten Aufnahme wurde ein verhältnismäßig kurzer Impuls (45°) eingestrahlt. Sein Dach ist leicht verzerrt zu erkennen, während seine steilen Flanken nicht sichtbar sind. In den weiteren Aufnahmen wurde die Impulsbreite t_1 und damit der Drehwinkel α_1 vergrößert. Dementsprechend wird die Amplitude periodisch größer und kleiner. In allen weiteren Abbildungen wurden Extremwerte der Signalamplitude eingestellt. Diese auch anschaulich leicht zu verstehende Periodizität wird durch die erste Näherung der Gl. (16) beschrieben ($M = M_0 \sin \alpha_1 \cdot \exp[-\frac{1}{2}\gamma^2 B^2 t^2]$). Demnach ist die zweite Regi-

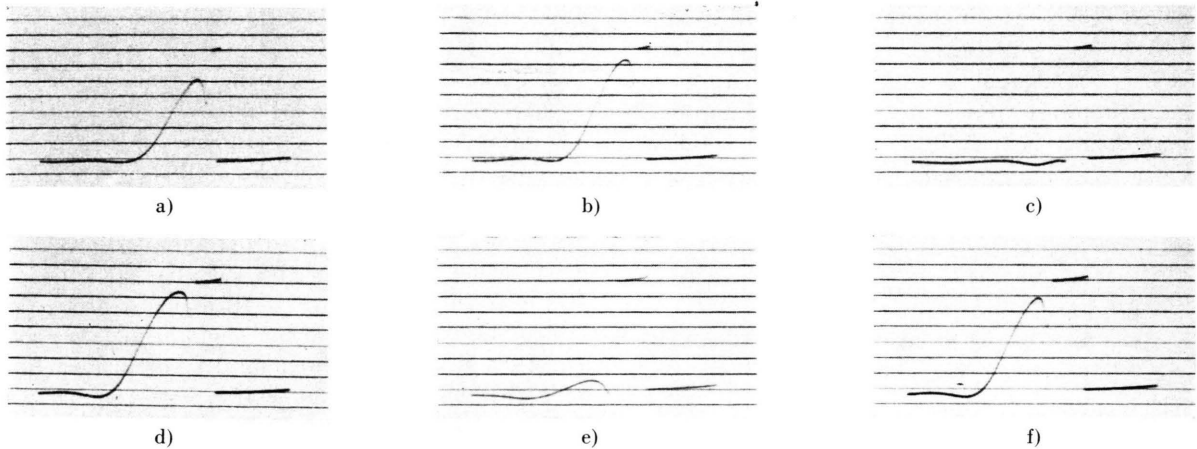


Abb. 3. Anregung durch einen Impuls variabler Breite. $\alpha \cong$ a) 45° , b) 90° , c) 180° , d) 270° , e) 360° , f) 450° .

strierung einem Impuls von ungefähr 90° und die dritte einem 180° -Impuls zuzuordnen.

Zu bemerken ist, daß die Einstellung eines Minimums der Signalthöhe wesentlich kritischer ist als die eines Maximums. Während sich dort über einem verhältnismäßig breiten Bereich der Impulsdauer die Signalthöhe nur wenig ändert, wird die Amplitude lediglich für eine ganz bestimmte Breite zum Minimum. Die Erklärung dafür ist einfach. Die Anfangsamplitude des Signals ist in erster Näherung gleich dem Betrag von $M_0 \sin \alpha_1$. Ihre Abhängigkeit vom Drehwinkel α_1 wird also durch eine Sinusfunktion beschrieben, deren untere Hälfte nach oben umgeklappt wurde.

In der vierten Aufnahme wurde das resultierende Moment um 270° gedreht, es zeigt also nach dem Abschalten des Impulses in die negative y' -Richtung. In der fünften Registrierung war der Drehwinkel 360° , und das Moment liegt nach der Präzessionsbewegung um den Vektor H_1 wieder in der ursprünglichen z' -Richtung. Entsprechend ist die sechste Aufnahme einem 450° -Impuls zuzuordnen.

Auf Grund der Proportionalität der Drehwinkel zu den Impulsbreiten sollten diese sich zueinander verhalten wie 1 : 2 : 3 : 4 : 5; gemessen wurden in den Originalregistrierungen die Breiten 1,4; 2,3; 3,2; 4,0 und 4,8 (mm). Um diese Abweichungen von der theoretischen Vorhersage zu verstehen, muß eine experimentelle Einzelheit erwähnt werden. Wird der Empfänger durch die Senderimpulse übersteuert, dann braucht er eine gewisse Zeit, bis die Schwingungen seiner Kreise abgeklungen und seine RC-Glieder entladen sind. In allen Aufnahmen sind deshalb die Impulsbreiten um den gleichen Betrag

zu groß abgebildet. Zieht man diese Zeit – sie betrug bei dem verwandten Verstärker 10^{-5} sec $\cong 0,5$ mm – von den gemessenen Breiten ab, dann erhält man ungefähr das erwartete Verhältnis 0,9 : 1,8 : 2,7 : 3,5 : 4,3. Auf die Ursachen der restlichen Abweichungen soll in diesem Zusammenhang nicht eingegangen werden.

Zu beachten ist jedoch, daß die Anfangsamplitude des Kernsignals ihre Maximalwerte nicht genau für $\alpha_1 = 90^\circ$, bzw. allgemein für $\alpha_1 = (90 + n \cdot 180)^\circ$ erreicht. Die im Zeitpunkt $t = 0$ zu beobachtende Amplitude ist in dritter Näherung

$$M = M_0 \left[\sin \alpha_1 + \frac{B^2}{2 H_1^2} (\alpha_1 \cos \alpha_1 - \sin \alpha_1) \right].$$

Für ihre Extrema folgt aus $dM/d\alpha_1 = 0$ die Bedingung

$$(\alpha_1/2) \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 = H_1^2/B^2.$$

Setzt man für die Maximalwerte der Amplitude an

$$\alpha_m = (90 + n \cdot 180) + \Delta\alpha,$$

dann gilt für kleine Winkel $\Delta\alpha$

$$\Delta\alpha = - (90 + n \cdot 180) / \left(2 \frac{H_1^2}{B^2} + 1 \right) \quad (17)$$

$$(\operatorname{tg} \alpha_m = -1/\Delta\alpha).$$

Ist z. B. α_1 ungefähr 90° und $B/H_1 = 0,25$, dann hat $\Delta\alpha$ den Wert $-2,73^\circ$. Die Anfangsamplitude des Signals hat also nach einem $87,27^\circ$ -Impuls ihren Maximalwert. Für einen Drehwinkel nahe 270° ist entsprechend die Korrektur $\Delta\alpha$ dreimal größer.

Im übrigen zeigen die Registrierungen, daß die Form der Kernsignale nur wenig von den Anregungsbedingungen abhängt. Sie stimmt in den

wiedergegebenen Aufnahmen im wesentlichen mit der in Abb. 4 dargestellten Funktion $\exp[-\frac{1}{2}\gamma^2 B^2 t^2]$ ($B/H_1=0$) überein. Zwischen der in sec gemessenen Halbwertsbreite b der Kernsignale und der in Gauss gemessenen Halbwertsbreite B der Inhomogenitätenstreuung besteht für Protonen in erster Näherung der Zusammenhang: $B = 0,44 \cdot 10^{-4} \cdot 1/b$.

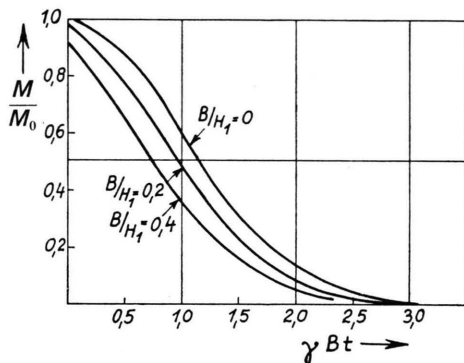


Abb. 4. Signalform in 3. Näherung.
Parameter: Relative Halbwertsbreite B/H_1 .

In höheren Näherungen hängt die Form der Abklingkurve von der relativen Halbwertsbreite B/H_1 ab. Wurde das Signal etwa durch einen 90° -Impuls angeregt, dann ist

$$M = M_0 \exp\left\{-\frac{1}{2}\gamma^2 B^2 t^2\right\} \cdot \left[1 - \frac{B}{H_1} \gamma B t - \frac{B^2}{2 H_1^2} (1 - \gamma^2 B^2 t^2) - \dots\right].$$

In allen Näherungen ist die Zeit t nur in dem dimensionslosen Produkt $\gamma B t$ enthalten. Die in Feldern verschiedener Inhomogenität entstehenden Signale gehen somit exakt durch eine lineare Zeitachsentransformation ineinander über. Es ist daher

zweckmäßig, das Produkt $\gamma B t$ als unabhängige Variable zu verwenden. Dies ist in der Abb. 4 geschehen. Parameter der dort in dritter Näherung wiedergegebenen Signalformen ist das Verhältnis B/H_1 . Für größere Werte dieses Parameters wird die Signalamplitude kleiner und fällt steiler ab.

Dies ist auch anschaulich zu verstehen. Durch etwa einen 90° -Impuls wird der infinitesimale Resonanzanteil der Kernmagnetisierung um die x' -Richtung in die positive y' -Richtung gedreht, in Abb. 5 also in die Zeichenebene hinein. Dagegen endet die Präzessionsbewegung der voreilenden Anteile (b) um die Resultante R' rechts von der y' -Achse im $+x'$, $+y'$, $+z'$ -Oktanten und die Drehbewegung der nacheilenden Momente (c) um die Resultante R'' links von dieser Achse im $-x'$, $+y'$, $+z'$ -Oktanten. Das Auseinanderfächern der infinitesimalen Anteile beginnt also schon während der Impulsanregung.

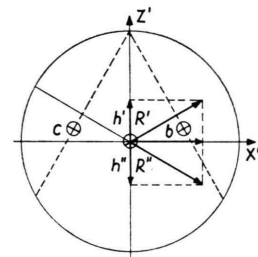


Abb. 5. Zur Deutung der Signalverschiebung.

Als nächstes sollen die nach der Einstrahlung einer Gruppe von zwei Impulsen entstehenden Kernsignale untersucht werden. Abb. 6 zeigt solche Registrierungen.

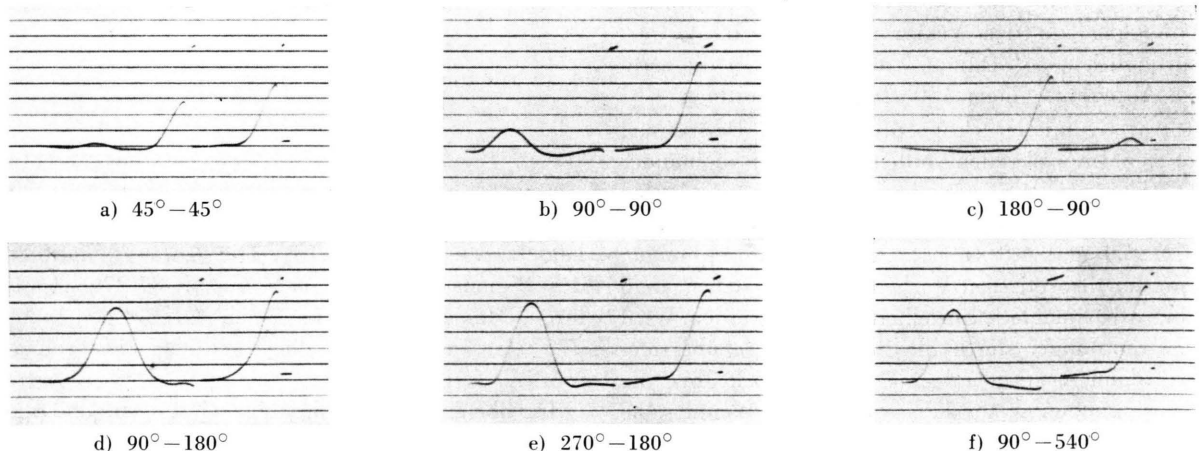


Abb. 6. Anregung freier Präzessionen durch zwei Impulse variabler Breite.

Ebenso wie nach dem ersten entsteht auch nach dem zweiten Impuls einer Gruppe im allgemeinen ein abklingendes Kernsignal. Für seine Amplitude folgt aus (15) in erster Näherung

$$M = M_0 \cos \alpha_1 \sin \alpha_3 \exp \left\{ -\frac{1}{2} \gamma^2 B^2 t^2 \right\}.$$

Sie ist also von beiden Drehwinkeln abhängig. Insbesondere verschwindet sie genau dann, wenn entweder $\alpha_1 = \pi/2 + n\pi$ oder $\alpha_2 = n\pi$ ist. Damit übereinstimmend ist die Signalamplitude (Abb. 6) des zweiten Abfalls in der 2., 4., 5. und 6. Aufnahme Null, während sie in der ersten Registrierung den Anfangsbetrag $|\cos 45^\circ \cdot \sin 45^\circ| M_0 = M_0/2$ und in der dritten Registrierung den Betrag $|\cos 180^\circ \cdot \sin 90^\circ| M_0 = M_0$ hat.

Diese Regel ist ein gutes Hilfsmittel zur Justierung von Impulsbreiten. Will man etwa einen 90° -Impuls einstellen, dann schaltet man einen zweiten beliebigen Impuls ein, der nur $\neq n\pi$ sein muß. Die Abhängigkeit der Amplitude des nach ihm angeregten Signals vom Drehwinkel α_1 des ersten Impulses wird durch eine Cosinusfunktion beschrieben, deren untere Hälfte nach oben umgeklappt worden ist. Damit wird es möglich, den direkten ungenauen Maximumsabgleich durch eine indirekte, aber sehr viel genauere Minimumsjustierung zu ersetzen.

Das dritte Glied der Gl. (15) beschreibt die Umhüllende eines Signals, das aus im folgenden verständlichen Gründen Interferenzsignal genannt werden soll. Es ist

$$M = M_0 \exp \left\{ -\frac{1}{2} \gamma^2 B^2 (t_2 - t)^2 \right\} \cdot \left[-F_{60} + \frac{B}{H_1} \gamma B (t_2 - t) F_{51} - \frac{B^2}{H_1^2} (1 - \gamma^2 B^2 (t_2 - t)^2) F_{62} + \dots \right]. \quad (18)$$

Darin bedeuten die Koeffizienten $F_{\nu\mu}$:

$$\begin{aligned} F_{60} &= +\frac{1}{2} \sin \alpha_1 (1 - \cos \alpha_3), \\ F_{51} &= \frac{1}{2} (1 - \cos \alpha_1) (1 - \cos \alpha_3), \\ F_{62} &= +\frac{1}{4} [-3 \sin \alpha_1 (1 - \cos \alpha_3) \\ &\quad + \alpha_1 \cos \alpha_1 (1 - \cos \alpha_3) + \alpha_3 \sin \alpha_1 \sin \alpha_3]. \end{aligned}$$

In erster Näherung sagt Gl. (18) aus, daß das Interferenzsignal seinen Maximalwert M_0 nach einer $(\pi/2 + n\pi)^\circ - (\pi + 2m\pi)^\circ$ -Folge erreicht. Die drei letzten Aufnahmen der Abb. 6 zeigen solche Registrierungen. Anschaulich ist dies leicht zu verstehen. So dreht z. B. im Falle einer $90^\circ - 180^\circ$ -Folge der erste Impuls das resultierende Moment in die positive y' -Richtung. Dessen infinitesimale Bestandteile fächern in der nachfolgenden Pause innerhalb der x', y' -Ebene auseinander, und das Kern-

signal verschwindet. Der zweite 180° -Impuls dreht den ganzen Fächer um. Sämtliche infinitesimalen Momente präzessieren aber auch danach mit dem ursprünglichen Drehsinn innerhalb der x', y' -Ebene weiter und vereinigen sich somit nach der gleichen Zeit, die ihnen zum Auseinanderfächern zur Verfügung stand, erneut in der negativen y' -Richtung. In Analogie zur Interferenz phasenverschiedener Schwingungen kann man daher den Vorgang als „kernmagnetische Interferenz“ bezeichnen.

Thermodynamisch betrachtet handelt es sich bei der Abnahme des Signals der freien Präzessionsbewegung auf Grund der Inhomogenitätenstreuung nicht um eine echte Dämpfung, wie sie z. B. durch Relaxationseffekte verursacht wird, sondern um einen reversiblen Prozeß. Die zweite Aufnahme einer $90^\circ - 90^\circ$ -Folge zeigt den Fall, bei dessen Untersuchung HAHN³ den hier im einzelnen diskutierten Effekt erstmalig gefunden hat. Die Amplitude des Interferenzsignals – von ihm Spinecho genannt – erreicht dabei nur den Wert $M_0/2$. In Übereinstimmung mit (18) ist die Echoamplitude in der ersten Aufnahme $1/10 M_0$.

Berücksichtigt man auch die nächsten beiden Glieder der Gl. (18), dann ist die Echoamplitude im Zeitpunkt $t = t_2$

$$M = M_0 \left[-\frac{1}{2} \sin \alpha_1 (1 - \cos \alpha_3) - \frac{B^2}{4 H_1^2} (\alpha_1 \cos \alpha_1 (1 - \cos \alpha_3) + \alpha_3 \sin \alpha_1 \sin \alpha_3 - 3 \sin \alpha_1 (1 - \cos \alpha_3)) \right].$$

Ihre Extremwerte folgen als Funktionen der Winkel α_1 und α_3 aus

$$\frac{dM}{d\alpha_1} = 0 \quad : \quad 1 + \frac{\alpha_1}{2} \operatorname{tg} \alpha_1 - \frac{\alpha_3}{2} \frac{\sin \alpha_3}{1 - \cos \alpha_3} = \frac{H_1^2}{B^2},$$

$$\frac{dM}{d\alpha_3} = 0 \quad : \quad 1 - \frac{\alpha_1}{2} \operatorname{ctg} \alpha_1 - \frac{\alpha_3}{2} \operatorname{ctg} \alpha_3 = \frac{H_1^2}{B^2}.$$

Interessiert man sich nur für Maxima der Amplitude, dann kann man ansetzen:

$$\alpha_1 = \pi(\frac{1}{2} + n) + \Delta\alpha_1; \quad \alpha_3 = \pi(1 + 2m) + \Delta\alpha_3.$$

Unter Vernachlässigung höherer Glieder gilt

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha_1 &= -\frac{1}{\Delta\alpha_1}; \quad \operatorname{ctg} \alpha_1 = -\Delta\alpha_1; \quad \operatorname{ctg} \alpha_3 = \frac{1}{\Delta\alpha_3}; \\ \frac{\sin \alpha_3}{1 - \cos \alpha_3} &= -\frac{1}{2} \Delta\alpha_3. \end{aligned}$$

Setzt man diese Werte in die obigen Gleichungen ein und streicht wiederum alle höheren Glieder, dann erhält man für die gesuchten Maxima die Winkelkorrekturen (19):

$$\Delta \alpha_1 = - \left(\frac{1}{2} + n \right) \pi / \left(\frac{2 H_1^2}{B^2} - 1 \right);$$

$$\Delta \alpha_3 = - (1 + 2 m) \pi / \left(\frac{2 H_1^2}{B^2} - 1 \right). \quad (19)$$

Ein Vergleich dieses Ergebnisses mit der Beziehung (17) zeigt, daß die Maximaljustierung des ersten Abfalls nicht ganz mit der Extremeinstellung der Echoamplitude übereinstimmt.

Die Form des Interferenzsignals ist ebenfalls vom Verhältnis B/H_1 abhängig. Ist z. B. $\alpha_1 = 90^\circ$ und $\alpha_3 = 180^\circ$, dann wird das Echo beschrieben durch:

$$M = M_0 \exp \left\{ -\frac{1}{2} \gamma^2 B^2 (t_2 - t)^2 \right\} \cdot \left[-1 + \frac{B}{H_1} \gamma B (t_2 - t) + \frac{3 B^2}{2 H_1^2} \left(1 - \gamma^2 B^2 (t_2 - t)^2 \right) \right].$$

Abb. 7 zeigt die zu den Parametern $B/H_1 = 0; 0,2$ und $0,4$ gehörenden Signalformen. Für größere Werte der relativen Halbwertsbreite nimmt die Echoamplitude ab und ihr Maximum entfernt sich von dem zweiten Impuls. Sein Abstand von diesem wird also größer als der Abstand t_2 der beiden Impulse.

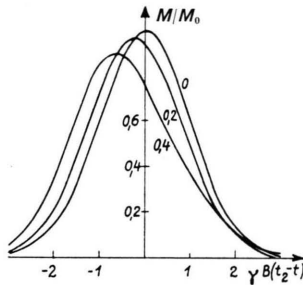


Abb. 7. Umhüllende des Interferenzsignals in dritter Näherung. Parameter: Relative Halbwertsbreite B/H_1 .

Auch diese Verschiebung läßt sich anschaulich deuten. Man kann den an Abb. 5 anknüpfenden Gedankengang fortsetzen und betrachtet etwa zwei infinitesimale Momente, die gerade beim Einschalten des zweiten Impulses, das eine vor- und das andere nacheilend, in die zu den Richtungen b und c in bezug auf die x', z' -Ebene spiegelsymmetrischen Richtungen b' und c' zeigen. Sie werden durch einen 180° -Impuls wieder in die anfänglichen Richtungen b und c gedreht. Damit werden aber ihre Präzessionswege bis zur Vereinigung in der negativen y' -Richtung größer als die zwischen den beiden Impulsen, und der Zustand der Phasenübereinstimmung, d. h. des Interferenzmaximums stellt sich entsprechend später ein.

$$M_{x', y'} = \sqrt{M_{x'}^2 + M_{y'}^2}$$

$$= M_0 \exp \left\{ -\frac{1}{2} \gamma^2 B^2 t^2 \right\} \sqrt{\cos^2(\gamma \bar{h} t) C_0^2 + \sin^2(\gamma \bar{h} t) S_0^2 - 2 \sin(\gamma \bar{h} t) \cos(\gamma \bar{h} t) C_0 S_0 + 2 \sin(\gamma \bar{h} t) \cos(\gamma \bar{h} t) C_0 S_0 + \sin^2(\gamma \bar{h} t) C_0^2 + \cos^2(\gamma \bar{h} t) S_0^2}.$$

2. Außerhalb Resonanz

Hochfrequenzrechteckimpulse enthalten ein mehr oder weniger breites Frequenzspektrum. So ist es einleuchtend, daß sich mit ihnen auch Kernresonanzen anregen lassen, deren Frequenzen sich von der Trägerfrequenz der Impulse um einen gewissen Betrag unterscheiden.

Regt man z. B. mit einem 45° -Impuls Präzessionsbewegungen an, dann entsteht in Resonanz — erste Aufnahme der Abb. 8 a — das bekannte abklingende Signal. Vergrößert oder verkleinert man schrittweise die Stärke des Feldes H , dann erhält man die übrigen Registrierungen. Ihre Abstände von der Resonanzstelle sind: 2,5; 5; 7,5; 10; 12,5; (bzw. ungefähr 10, 20, ..., 50 kHz). Relativ ist die dritte Aufnahme 1% außerhalb Resonanz. In ihr ist die erste kleine Abnahme der Amplitude festzustellen. — Resonanzfrequenzmessungen mit diesem Verfahren wären also mit dem gleichen Fehler behaftet und damit weniger genau als die Ergebnisse der Untersuchungen erzwungener Präzessionsbewegungen.

Regt man die Signale mit längeren Impulsen an, dann findet man überraschenderweise, daß ihre Amplitude mit der Zunahme des Resonanzabstandes abwechselnd größer und kleiner wird. In Abb. 8 b wurde ein 90° -Impuls eingestrahlt. Die Signalhöhe ist in Resonanz (1. Aufnahme) am größten, ebenso wie bei allen Impulsen, deren zugehöriger Drehwinkel $\leq 90^\circ$ ist. Sie wird dann schneller als in Abb. 8 a kleiner und steigt nach dem Minimum in der fünften Aufnahme (54 kHz außerhalb Resonanz) wieder an.

In Abb. 8 c war der Drehwinkel des Impulses 180° . Dementsprechend ist in der ersten Resonanzaufnahme kein Signal zu beobachten. Jedoch erreicht schon in der zweiten Aufnahme die Amplitude fast den gleichen Betrag wie nach einem 90° -Impuls in Resonanz. Die Signalhöhe ist also in Resonanz ein Minimum. Dies gilt sogar für alle Impulse, deren Drehwinkel $\alpha > 90^\circ$ und $\neq \pi/2 + n\pi$ ist (Kontrollmöglichkeit zur Impulsbreitenjustierung). Allgemein findet man, daß die Amplitude des Kernsignals um so schneller oszilliert, je größer der Drehwinkel des Impulses ist.

Aus Gl. (13) folgt für das resultierende Moment in erster Näherung in und außerhalb Resonanz

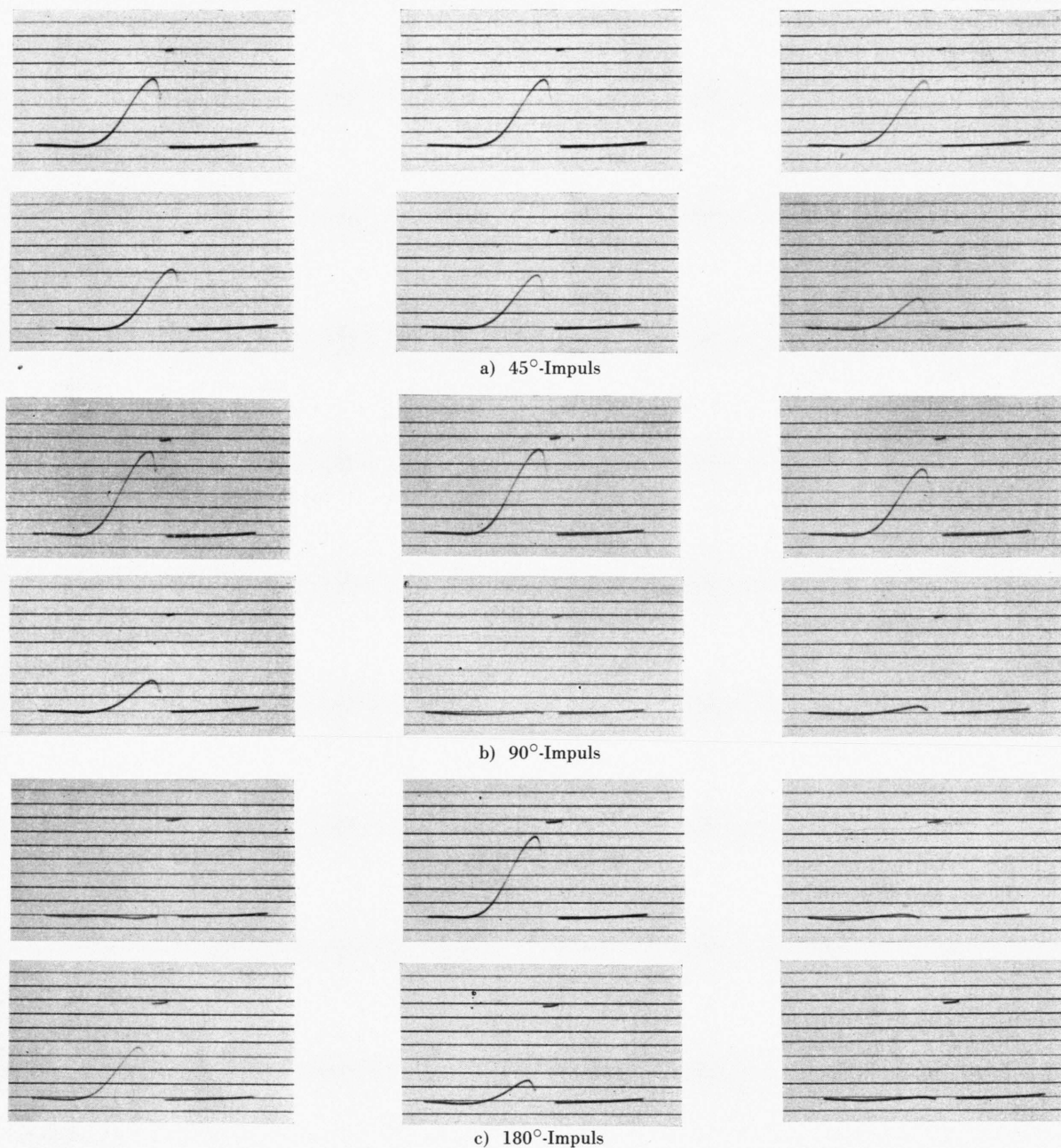


Abb. 8. Oszillation der Signalamplitude außerhalb Resonanz.
Resonanzabstand: $\sim 0; 2,5; 5; 7,5; 10; 12,5$ Gauß; $H_1 \sim 3$ Gauß.

Es gilt somit

$$M_{x',y'} = M_0 \exp\left\{-\frac{1}{2}\gamma^2 B^2 t^2\right\} \sqrt{C_0^2 + S_0^2}.$$

Die Funktionen C_0 und S_0 sind zeitunabhängig. Interessant ist also im weiteren nur noch die Abhängigkeit des Amplitudenfaktors $M = \sqrt{C_0^2 + S_0^2}$ vom Resonanzabstand und vom Anregungswinkel:

$$\frac{M}{M_0} = \frac{1}{1 + \bar{u}^2} \cdot \sqrt{2\bar{u}^2(1 - \cos\{\alpha_1\sqrt{1 + \bar{u}^2}\}) + \sin^2\{\alpha_1\sqrt{1 + \bar{u}^2}\}}. \quad (20)$$

In Abb. 9 wurde dieser Faktor als Funktion des mittleren relativen Resonanzabstandes $\bar{u} = \hbar/H_1$ aufgetragen. Kurvenparameter sind die Winkel α . Die

ausgezogenen Kurven wurden aus Gl. (20) errechnet. Die eingetragenen Punkte sind Meßwerte. Um diese zu erhalten, waren die willkürlichen Ordinatenmaßstäbe der Registrierungen in die der theoretischen Kurven und die in Gauß gemessenen absoluten Resonanzabstände auf die relativen Resonanzabstände der Abszisse von Abb. 9 umzurechnen. Hierzu muß man die Feldstärke H_1 des hochfrequenten Wechselfeldes kennen. Sie exakt aus den geometrischen und elektrischen Daten zu berechnen, ist nur mit großem Aufwand möglich. Man kann jedoch H_1 sehr genau messen, wenn man für einen bestimmten Kurvenwert, etwa für ein Minimum, den theoretischen und den experimentell ermittelten Resonanzabstand vergleicht. Das so bestimmte H_1 wurde dann zur Umrechnung der übrigen experimentellen Werte benutzt.

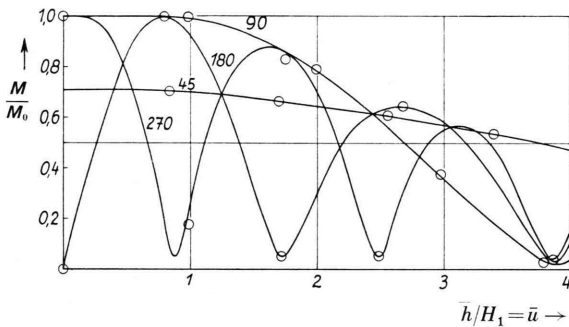


Abb. 9. Abhängigkeit der Signalamplitude vom mittleren relativen Resonanzabstand \bar{h}/H_1 .

Ist der relative Resonanzabstand $\gg 1$, dann vereinfacht sich Gl. (20), und es gilt

$$M/M_0 = \frac{2}{u} \sin\left(\frac{\alpha}{2} \bar{u}\right).$$

Die gute Übereinstimmung der gemessenen und berechneten Werte zeigt, daß die Beobachtung des Verhaltens der Signalamplitude außerhalb Resonanz zugleich ein gutes Hilfsmittel zur Justierung beliebiger Impulsbreiten ist. Dies ist zweckmäßig bei Relaxationszeitmessungen, und es soll darüber in einer folgenden Arbeit berichtet werden.

Wesentlich ist, daß in der vorliegenden theoretischen Beschreibung die Signalamplitude nur vom relativen, nicht aber vom absoluten Resonanzabstand abhängt. Daraus folgt, daß mit der Anwendung stärkerer Amplituden des Hochfrequenzfeldes automatisch auch immer weiter außerhalb Resonanz Kernsignale angeregt werden können. Auch das zur Einführung besprochene Gedankenexperiment läßt

sich stetig in diese Betrachtung einbeziehen. Wird die Stärke des Impulsfeldes sogar größer als die des konstanten Feldes, dann werden für feste Drehwinkel α die Impulsdauern kleiner als die Schwingungsdauer des hochfrequenten Feldes. Damit wird dieses aber zu einem Gleichfeld der in dem Gedankenexperiment besprochenen Art, mit dem sich sämtliche Resonanzfrequenzen anregen lassen.

Die beschriebene Amplitudenoszillation ist auch anschaulich zu verstehen. Ist der relative Abstand von der Resonanzstelle \bar{h}/H_1 endlich, dann präzisiert M um die Resultante R (Abb. 10). Die gestrichelt eingezeichneten Präzessionskreise liegen senkrecht zu dieser Resultanten und parallel zur y' -Achse. Eine 90° -Drehung des Magnetisierungsvektors würde in den hinteren Schnittpunkten der Präzessionskreise mit den y', R -Ebenen enden. Die zu beobachtende Signalamplitude ist gleich dem Betrag der x', y' -Komponente des resultierenden Momentes. Durch die Drehung des Präzessionskreises um den Winkel β ($\tan \beta = \bar{h}/H_1$) wäre diese Komponente also schon in der Abb. 10 b merklich kleiner geworden. Die Abnahme wird jedoch zunächst dadurch kompensiert, daß auch der Drehwinkel α außerhalb Resonanz wächst. Aus $\alpha = \alpha_{\text{Res}} \sqrt{1 + \bar{h}^2/H_1^2}$

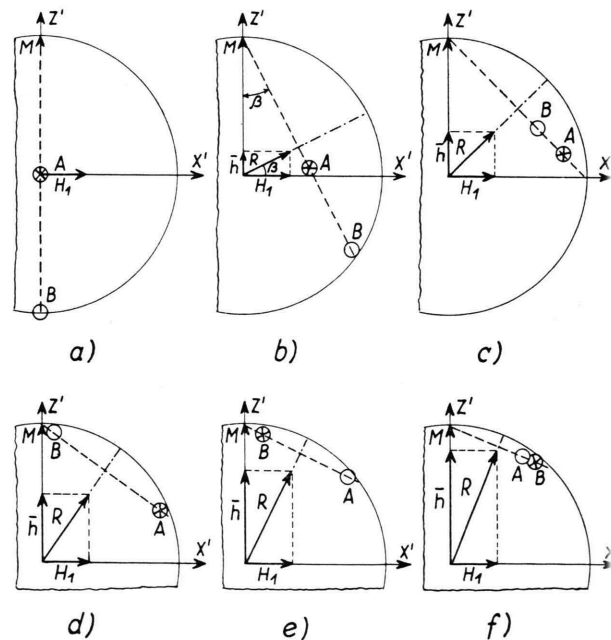


Abb. 10. Zur Deutung der Amplitudenoszillation.

- a) $\bar{h}=0$ b) $\bar{h}/H_1=0,5$ c) $\bar{h}/H_1=1,0$
d) $\bar{h}/H_1=1,5$ e) $\bar{h}/H_1=2,0$ f) $\bar{h}/H_1=2,5$

folgt z. B. für Abb. 10b ein Drehwinkel von 101° , d. h. der Magnetisierungsvektor wird bis in den nahezu in der x', y' -Ebene liegenden Punkt A des Präzessionskreises gedreht. Das Kreuz in dem Kreis um Punkt A erinnert daran, daß der Vektor in die Zeichenebene hineinzeigt. In Abb. 10d wird der Drehwinkel größer als 180° und von da an trägt jede weitere Zunahme des Winkels β ebenfalls zur Momentabnahme bei.

Schaltet man einen 180° -Impuls ein, dann zeigt der Magnetisierungsvektor nach der Präzession in die Punkte B der Abb. 10. Außerhalb Resonanz sorgen zunächst die größer werdende Kreisneigung und die Zunahme des Drehwinkels gleichsinnig für ein schnelles Anwachsen der Signalamplitude. Sie erreicht ihren Maximalwert zwischen den Abb. 10b und c. Zwischen den Abb. 10d und e verschwindet die Amplitude wiederum und nähert sich in der

Abb. 10f ihrem zweiten, nun aber kleineren Maximalwert.

Zum Abschluß sollen noch die durch eine Impulsfolge außerhalb Resonanz angeregten Kernsignale erwähnt werden. Abb. 11 zeigt solche Registrierungen. Auch hier wurde die erste Abb. in Resonanz und die letzte zum Vergleich weit außerhalb Resonanz photographiert. Die beiden Impulse sind nur als Lücken in den Grundlinien zu erkennen. Die Oszillationsfrequenz des Abfalls nach dem zweiten 180° -Impuls ist größer als in dem besprochenen Fall eines einzigen 180° -Impulses (Abb. 8c). Interessant ist, daß außer dem Hauptecho noch weitere Interferenzsignale, man könnte sie Seitenbandechos nennen, zu beobachten sind. Ein solches ist z. B. in der vierten Aufnahme zu erkennen. Die Amplitude dieser Echos nimmt außerhalb Resonanz jedoch sehr viel schneller ab als die der Abfallkurven.

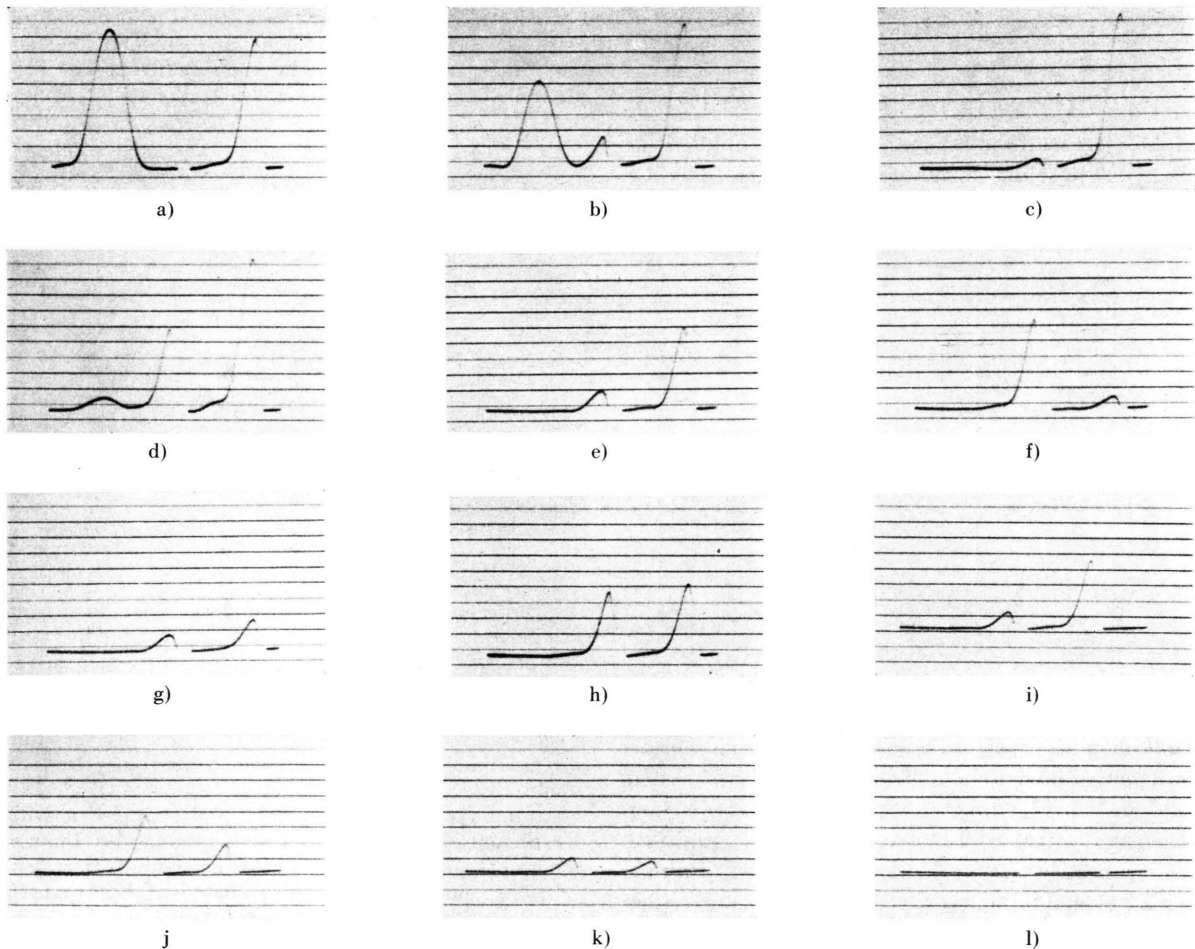


Abb. 11. 90° – 180° -Impulsfolge, in und außerhalb Resonanz. Resonanzabstand: 0–30 Gauß.

Die Gleichung des abklingenden Signals nach dem zweiten Impuls folgt aus (15) zu

$$M_{x', y'} = M_0 \exp\left\{-\frac{1}{2}\gamma^2 B^2 t^2\right\} \sqrt{F_{30}^2 + F_{40}^2}.$$

Die Anfangsamplitude des Signals ist somit

$$\begin{aligned} M/M_0 &= \frac{\cos\{\alpha_1 \sqrt{1+\bar{u}^2}\} + \bar{u}^2}{(1+\bar{u}^2)^2} \\ &\cdot \sqrt{2\bar{u}^2(1 - \cos\{\alpha_3 \sqrt{1+\bar{u}^2}\}) + \sin^2\{\alpha_3 \sqrt{1+\bar{u}^2}\}}. \end{aligned} \quad (21)$$

Der erste Faktor des Produktes stimmt mit dem entsprechenden Ausdruck (20) der Abfallkurve nach dem ersten Impuls überein. Der zweite beschreibt den Einfluß der Vorgeschichte des Kernspinsystems. Beide Faktoren tragen zu der in Abb. 11 beobachteten Modulation der Signalamplitude bei.

Die Gleichung des Interferenzsignals folgt ebenfalls aus (15), und es ist

$$M_{x', y'} = M_0 \exp\left\{-\frac{1}{2}\gamma^2 B^2 (t_2 - t)^2\right\} \sqrt{F_{50}^2 + F_{60}^2}.$$

Damit gilt für die Echoamplitude im Zeitpunkt $t = t_2$

$$\begin{aligned} \frac{M}{M_0} &= \frac{1 - \cos\{\alpha_3 \sqrt{1+\bar{u}^2}\}}{2(1+\bar{u}^2)^2} \\ &\cdot \sqrt{2\bar{u}^2(1 - \cos\{\alpha_1 \sqrt{1+\bar{u}^2}\}) + \sin^2\{\alpha_1 \sqrt{1+\bar{u}^2}\}}. \end{aligned} \quad (22)$$

In Abb. 12 wurde diese Amplitude als Funktion des relativen Resonanzabstandes aufgetragen. Die Gl. (22) beschreibt in Übereinstimmung mit Abb. 11 eine Folge monoton abnehmender Seitenbandechos.

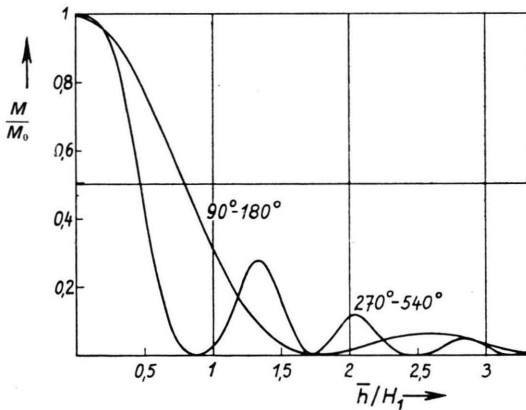


Abb. 12. Amplitude der Seitenbandechos.

Außerdem sagt sie voraus, daß deren Anzahl bei der Anregung durch Folgen längerer Impulse – ebenfalls in Übereinstimmung mit hier nicht wiedergegebenen Registrierungen – schnell zunimmt. Weiter besteht (22) ebenfalls aus einem Produkt von zwei Faktoren, deren einer mit der Gl. (20) des ersten Abfalls übereinstimmt, während der zweite außerhalb Resonanz schnell verschwindet.

Dagegen konvergierte der Zusatzfaktor in der Gl. (21) des zweiten Abfalls für $\bar{u} \rightarrow \infty$ gegen eins. So ist es zu verstehen, daß weit außerhalb Resonanz zwar immer noch Abfallsignale, aber keine Echos mehr beobachtet werden können.

IV. Apparatur

Die verwandte Apparatur besteht aus einem Impuls-generator, einem Hochfrequenzsender, einem Probenkopf, einem Magneten, einem Verstärker, einem Oszillographen und einer Registrierkamera (Abb. 13 von links nach rechts). Die ganze Anordnung wird von dem Impuls-generator gesteuert. Der für diesen Zweck entwickelte Generator liefert Einzelimpulse, sowie Gruppen von zwei oder drei Rechteckimpulsen. In diesem Gerät löst ein Trigger-Generator (Sperrschwinger), dessen Wiederholungsfrequenz 5–100 Hz beträgt, oder eine einmalige Auslösung sowohl das eingestellte Programm des Generators, als auch die Zeitablenkung des Oszillographen aus. Dieses Verfahren der wiederholten einmaligen Ablenkungen ermöglicht die Beobachtung eines von den Programmdateen unabhängigen konstanten Bildes auf dem Oszillographenschirm. Im Programm können die Impulsdauern t_1 , t_3 und t_5 innerhalb des Bereiches 10^{-3} – 10^{-5} sec variiert werden.

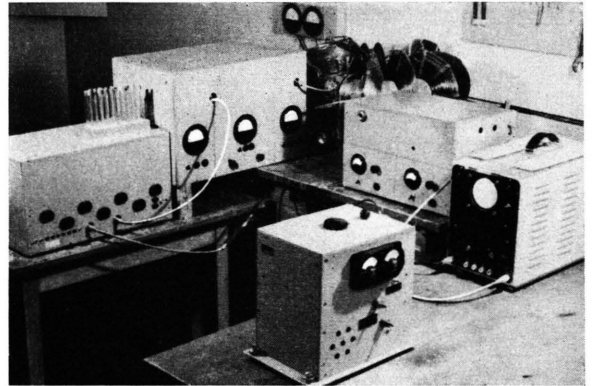


Abb. 13. Apparatur.

Die zeitlichen Abstände t_0 , t_2 und t_4 der Impulse vom Trigger-Impuls und der Impulse untereinander sind wählbar in dem Bereich 10^{-4} –1 sec. Alle sieben Variablen sind völlig unabhängig voneinander einstellbar. Die An- und Absteigszeiten der Impulsflanken sind 10^{-7} sec. Als Hochfrequenzsender wurde ein einstufiger Oszillator verwendet, bestehend aus einer Doppeltriode ECC 81 und gebaut als HUTH-KÜHN-Gegentaktschaltung für die Frequenz 27,5 MHz. Gesteuert wird der Sender durch die Ausgangsspannung des Impuls-generators. Diese liegt direkt an den Gittern der Doppeltriode und zwar ist sie in den Sperrpausen –60 Volt und in den Tastzeiten 0 Volt.

Als Probenkopf wurden zwei Ausführungen verwendet. Die erste und einfachere besteht wie üblich nur

aus einem Schwingkreis, an den die zur Anpassung transformierte Senderspannung induktiv angekoppelt ist. Die Probe ist in einem Reagenzglas enthalten, das von außen in die Spule eingesteckt werden kann. Der Verstärkereingang ist direkt mit dem Schwingkreis verbunden. Das hat zur Folge, daß die Senderspannung durch den Empfängereingangswiderstand gedämpft wird. Da außerdem im Augenblick der Senderabstrahlung dessen volle Spannung am Gitter der ersten Röhre des Verstärkers liegt, besteht dort die Gefahr, daß Überschläge auftreten. Beide Gründe begrenzen die Höhe der Senderspannung und ergeben damit zugleich für ein festes α eine untere Grenze für die Impulslängen. Bei der zweiten Ausführung wurden deshalb zwei Schwingkreise mit gekreuzten Spulen verwendet. Der innere, die Probe enthaltende Schwingkreis ist ganz herausnehmbar. Die Probe hat die Form einer Ampulle. Physikalisch besteht zwischen den beiden Anordnungen kein Unterschied. Für die Beobachtung der freien Präzessionsbewegung ist es ohne Belang, ob die Senderfeldrichtung mit der Achsenrichtung der Beobachtungsspule übereinstimmt oder nicht, wenn nur beide senkrecht zum konstanten Magnetfeld liegen. Dagegen wird die angeführte technische Schwierigkeit wesentlich vermindert.

Schwierig zu vereinen sind die Forderungen, die an den Empfänger bei einer derartigen Impulsapparatur zu stellen sind. Das Spannungsverhältnis der starken Senderimpulse und der schwachen Kernsignale ist am Eingang des Verstärkers etwa $10^7 - 10^8$. Am Ausgang sollen beide Spannungen von der gleichen Größenordnung sein. Die Verstärkung der Signalspannung und die Begrenzung der Senderspannung müssen dieser Bedingung entsprechend eingestellt werden. Weiter soll die Rauschspannung des Empfängers und des Probenkreises möglichst klein sein, da mit ihr die untere Grenze

für die kleinsten beobachtbaren Signale festgelegt ist. Die notwendige Mindestbandbreite des Empfängers folgt aus der Forderung nach formgetreuer Wiedergabe der Umhüllenden der Kernsignale. Da der Empfänger die Senderimpulse begrenzen soll, ist es für ihn prinzipiell unmöglich, deren Form unverändert zu seinem Ausgang weiterzugeben. Vor allem aber wird der Empfänger durch die Senderimpulse übersteuert. Sollen auch rasch abklingende Signale beobachtet werden, dann muß er seine volle Empfindlichkeit danach möglichst schnell wiedergewinnen. Zur Erfüllung dieser letzten Forderung, eines hohen zeitlichen Auflösungsvermögens also, darf der Verstärker nur RC-Glieder mit kleinen Zeitkonstanten und Kreise mit starker Dämpfung enthalten. Dies sind typische Merkmale von Breitbandempfängern, bei denen außerdem die Kreise gegeneinander verstimmt und verschieden stark gedämpft werden. Proportional zur Wurzel der so erhaltenen großen Bandbreite steigt aber die Rauschspannung und vermindert sich dementsprechend die Empfindlichkeit des Empfängers. Man hat also nach einem von der Art der zu beobachtenden Signale abhängenden optimalen Kompromiß zu suchen. Bei den wiedergegebenen Registrierungen von Protonensignalen war zur formgetreuen Wiedergabe der Kernsignale eine Bandbreite von ± 200 kHz ausreichend. Als besonders rauscharme Eingangsschaltung wurde eine Abart der sogenannten Cascodenschaltung verwendet.

Herrn Prof. Dr. H. O. KNESER habe ich für sein stets anspornendes Interesse und für seine großzügige Förderung zu danken. Herrn Prof. Dr. E. M. PURCELL verdanke ich Ratschläge und Hinweise. Herr Mechanikermeister E. HILDEBRAND hat mich beim Bau der Apparatur und des Magneten durch seine sorgfältige Arbeit unterstützt.